

# Das Universum – endlich oder unendlich?

R. Reindl, Februar 2015

## 1 Tatsachen

### 1.1 Ausdehnung

1929 entdeckte der amerikanische Astronom EDWIN P. HUBBLE *Hubble*, dass die Spektren der entfernteren Galaxien alle rotverschoben sind. Weiter untersuchte er den Zusammenhang zwischen der Entfernung  $D$  der Galaxien und der durch die Rotverschiebung gemessenen Radialgeschwindigkeit  $v_r$  und entdeckte dabei das nach ihm benannte Gesetz:

$$\boxed{v_r = H_0 \cdot D} \quad (1)$$

mit der *Hubble-Konstanten*  $H_0$ . Bei Kenntnis der Hubblekonstanten hat man damit das ideale Werkzeug zur Entfernungsbestimmung von Galaxien, da die Rotverschiebung problemlos messbar ist. Der Haken liegt aber gerade im Wert von  $H_0$ , zu dessen Bestimmung zunächst von vielen Galaxien die Entfernung nach herkömmlichen Methoden gemessen werden muss. Dabei dürfen die vermessenen Galaxien aber nicht zu nahe sein, da sonst die statistisch verteilten Eigenbewegungen (*Pekuliarbewegungen*) *Pekuliarbewegung* die Radialgeschwindigkeit überdecken. Es ist also nicht verwunderlich, dass der Wert von  $H_0$  mit einem großen Fehler behaftet ist. Je nach Schule für die Entfernungsmessung liegt  $H_0$  zwischen  $50 \frac{\text{km}}{\text{sMpc}}$  (SANDAGE) und  $100 \frac{\text{km}}{\text{sMpc}}$  (VAUCOULEURS). Nach neuesten Arbeiten, die schon die Hipparcosdaten berücksichtigen (J. NEVALAINEN, M. ROOS, 1998), gilt

$$\boxed{H_0 = (70,5 \pm 5) \frac{\text{km}}{\text{sMpc}}} \quad (2)$$

$H_0$  hat eigentlich die Dimension einer reziproken Zeit, aber die angegebene Einheit ist praktischer, da  $v_r$  meistens in  $\frac{\text{km}}{\text{s}}$  angegeben wird.

Ist  $\lambda$  die Wellenlänge der unverschobenen Spektrallinie und  $\lambda'$  die der rotverschobenen, dann lautet die Dopplerformel für die *Rotverschiebung*  $z$

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda'}{\lambda} - 1 = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} - 1 \quad (3)$$

Daraus folgt für die Radialgeschwindigkeit  $v_r$  einer Galaxie, die auch ihre *Fluchtgeschwindigkeit* genannt wird

$$v_r = \beta c = c \cdot \frac{(1 + z)^2 - 1}{(1 + z)^2 + 1} \quad (4)$$

Wir werden sehen (Gleichung (24)), dass diese Formel noch revidiert werden muss, da die Hubble-rotverschiebung *keine* reine Dopplerverschiebung ist. Für kleine Rotverschiebungen ( $z \ll 1$ ) und damit auch kleine Fluchtgeschwindigkeiten ( $\beta \ll 1$ ) gilt aber

$$\boxed{v_r = \beta c \approx z c} \quad (5)$$

Die große Bedeutung des Hubblegesetzes liegt nicht nur in einer praktischen Methode zur Entfernungsmessung von Galaxien, sondern in der Tatsache, dass sich alle entfernteren Galaxien von uns fortbewegen, und zwar um so schneller, je weiter sie entfernt sind. Dies bedeutet jedoch nicht, dass wir der Mittelpunkt des Weltalls sind, sondern dass sich das Universum als Ganzes ausdehnt. Da jeder Punkt des Universums aus Symmetriegründen gleichwertig ist (Relativitätsprinzip), kann es keine ausgezeichneten Punkte und besonders keine Randpunkte des Universums geben. Die Expansion stellt man sich so vor: Ist  $D$  die Entfernung zwischen den Galaxien A und B, dann gilt mit  $R_0 = R(t_0)$

$$D(t) = \frac{R(t)}{R_0} \cdot D(t_0) = \varphi \cdot R(t) \quad (6)$$

mit dem *Skalenfaktor*  $R(t)$  und einer von der Lage der beiden Galaxien abhängigen aber zeitlich konstanten Größe  $\varphi$ . (6) bedeutet, dass sich die Entfernungen zwischen allen Galaxien um den gleichen Faktor ändern. Verdoppelt sich z.B. die Entfernung zwischen zwei ausgewählten Galaxien in einem bestimmten Zeitraum, dann verdoppeln sich die Entfernungen von allen Galaxien im gleichen Zeitraum. Für die gegenseitige Fluchtgeschwindigkeit der beiden Galaxien A und B folgt aus (6)

$$v_r(t) = \dot{D}(t) = \varphi \cdot \dot{R}(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \cdot D(t) \quad (7)$$

(7) ist aber gerade das Hubblegesetz, wenn man

$$H(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \quad (8)$$

setzt. Die *Hubblekonstante* ist also zeitabhängig und unser oben angegebenes  $H_0$  ist dann  $H(t_0)$ , wenn  $t_0$  den gegenwärtigen Zeitpunkt bezeichnet. Untersuchungen der räumlichen Lage der Galaxien zeigen, dass sich die Sternsysteme zu Galaxienhaufen und diese wiederum zu Superhaufen anordnen. Die Haufen und Superhaufen bilden auch eine girlandenartige Struktur, d.h. längs fadenartiger Linien sind viele Galaxien angeordnet und dazwischen gibt es Räume mit wenigen Systemen. Im ganz Großen (ab  $\approx 100$  Mpc) aber ist die Verteilung der Galaxien homogen und isotrop, d.h. in jeder Entfernung und in jede Richtung finden wir im Mittel gleich viele Galaxien. Mit der Annahme eines homogen aufgebauten Universums folgen aus den Einsteinschen Feldgleichungen der Gravitation zwei relativ einfache Differentialgleichungen für  $R(t)$ , die *Einstein-Friedmann-Gleichungen* (1922):

$$H(t)^2 = \frac{\dot{R}(t)^2}{R(t)^2} = \frac{8\pi\gamma}{3} \cdot \varrho - \frac{k c^2}{R(t)^2} \quad \text{mit } k \in \{-1, 0, 1\} \quad (9)$$

$$\frac{\ddot{R}(t)}{R(t)} = -\frac{4\pi\gamma}{3} \cdot \varrho \quad (10)$$

Die Einstein-Friedmann-Gleichungen sind die Grundgleichungen der *Kosmologie*, wie man die Theorie von der Entwicklung des ganzen Universums nennt. Welcher der möglichen Werte für  $k$  in (9) gewählt werden muss, hängt von der mittleren Dichte  $\varrho$  des Universums ab. Mit der *kritischen Dichte*  $\varrho_{c,0}$ , *kritische*

$$\varrho_{c,0} = \frac{3H_0^2}{8\pi\gamma} \approx 8,7 \cdot 10^{-30} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (11)$$

und  $\varrho_0 = \varrho(t_0)$  folgt aus (9)

$$k = -1 \quad \text{für } \varrho < \varrho_{c,0} \quad (12)$$

$$k = 0 \quad \text{für } \varrho = \varrho_{c,0} \quad (13)$$

$$k = +1 \quad \text{für } \varrho > \varrho_{c,0} \quad (14)$$

Mit dem *Massenparameter*

$$\Omega_0 = \frac{\varrho_0}{\varrho_{c,0}} \quad (15)$$

gibt es drei Klassen von Lösungen der Einstein-Friedmann-Gleichungen, die in Abb.1 dargestellt sind. Für  $\Omega_0 \leq 1$  dehnt sich das Weltall immer weiter aus und für  $\Omega_0 > 1$  gibt es eine maximale Ausdehnung mit einer nachfolgenden Kontraktion. Allen drei Lösungen gemeinsam ist eine unendlich große Dichte bei  $t = 0$ , die

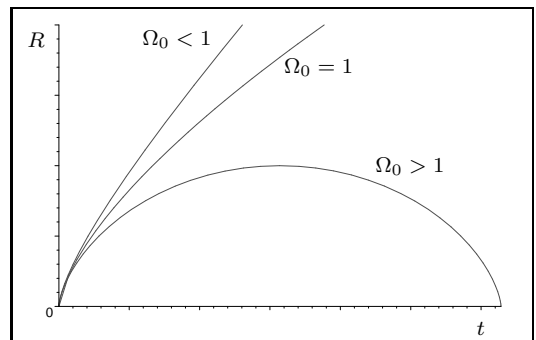


Abb.1  $R(t)$

Anfangssingularität oder der Urknall (Big Bang). Wegen der durch die Gravitation bedingten Abbremsung sind die Grafen von  $R(t)$  nach rechts gekrümmt, d.h.  $\ddot{R}(t) < 0$  oder  $\dot{R}(t)$  ist monoton fallend. Das tatsächliche Alter  $t_0$  des Universums ist also kleiner als die *Hubblezeit*

$$t_H = \frac{1}{H_0} \approx 14 \cdot 10^9 \text{ a} \quad (16)$$

Die Hubblezeit wäre das Alter des Universums, wenn  $\dot{R}(t)$  konstant wäre, denn aus (1) folgt dann

$$t = \frac{D}{v_r} = \frac{1}{H_0} \quad (17)$$

Für das wahre Weltalter  $t_0$  gilt

$$t_0 < \frac{2}{3} t_H \quad \text{für } \Omega_0 > 1 \quad (18)$$

$$t_0 = \frac{2}{3} t_H \quad \text{für } \Omega_0 = 1 \quad (19)$$

$$\frac{2}{3} t_H < t_0 < t_H \quad \text{für } \Omega_0 < 1 \quad (20)$$

Den drei verschiedenen Lösungen der Einstein-Friedmann-Gleichungen entsprechen drei verschiedenen Geometrien unseres dreidimensionalen Raumes:

- $\Omega_0 > 1 \implies$  geschlossener Raum mit endlichem Volumen (positive Krümmung)
- $\Omega_0 = 1 \implies$  euklidischer Raum mit unendlichem Volumen (Krümmung ist null)
- $\Omega_0 < 1 \implies$  offener Raum mit unendlichem Volumen (negative Krümmung)

Rein rechnerisch sind diese gekrümmten dreidimensionalen Räume leicht zu behandeln, wenn man sich den dazu nötigen Formalismus (Differentialgeometrie, Tensorrechnung) einmal angeeignet hat. Die anschauliche Vorstellung dieser Räume aber ist für den menschlichen Verstand, der von einem dreidimensionalen euklidischen Raum geprägt ist, eine harte Nuss: Wie soll z.B. ein dreidimensionaler Raum mit endlichem Volumen aber ohne Grenzflächen aussehen?

Hier hilft nur die Verminderung um eine Dimension, d.h. wir versetzen uns in die Vorstellungswelt von „Flachländern“, die in einer zweidimensionalen Welt leben. Auch die Flachländer haben festgestellt, dass sich ihr Universum ausdehnt und sie stehen vor der Frage, wie ein endlicher zweidimensionaler Raum ohne Grenzlinie aussehen soll, in dem jeder Punkt gleichwertig ist. Mit unserem dreidimensionalen Vorstellungsvermögen ist die Beantwortung dieser Frage einfach: Das Flachländeruniversum ist die Oberfläche einer Kugel mit wachsendem Radius  $R(t)$ . Der zweidimensionale Flachländerraum ist also in die dritte Dimension gekrümmt. Genau so müssen wir uns vorstellen, dass unser

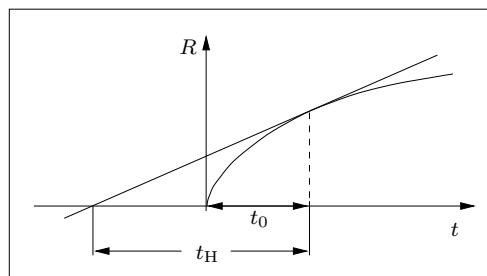


Abb.2 Alter des Universums

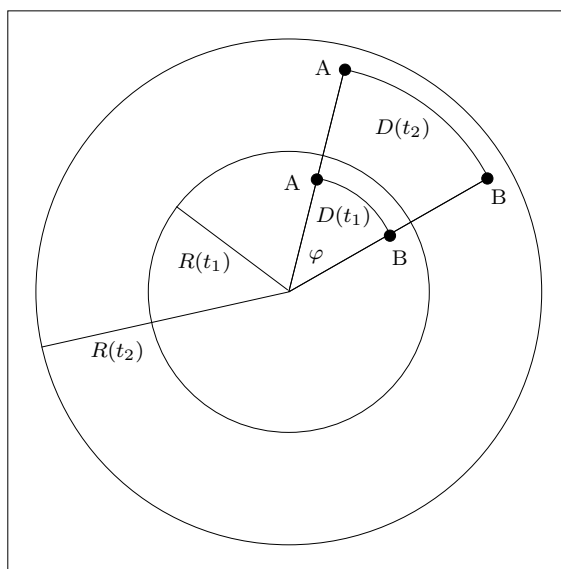


Abb.3 Flachländeruniversum

dreidimensionaler Raum gekrümmt ist.  $R(t)$  ist im Fall  $\Omega_0 > 1$  der Radius einer vierdimensionalen Kugel, deren „Oberfläche“ unser dreidimensionales aber gekrümmtes Universum ist. Die Krümmung des Raumes durch die Anwesenheit von Massen ist übrigens der zentrale Inhalt von Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie. In Abb.3 sind zwei Galaxien A und B zu verschiedenen Zeiten  $t_1$  und  $t_2$  zu sehen. Das sich ausdehnende Flachländeruniversum kann man sich wie einen Luftballon mit aufgemalten Galaxien vorstellen, der aufgeblasen wird. Die Konstante  $\varphi$  in (6) ist dann einfach der in Abb.3 eingezeichnete Winkel  $\varphi$ .

Die Vorstellung eines Raumes mit negativer Krümmung ist noch schwieriger als die eines Raumes mit positiver Krümmung. Hier ist schon das zweidimensionale Analogon, eine Fläche die der Oberfläche eines Sattels gleicht, nicht mehr leicht zu verstehen. Eine Hilfe ist es, sich die Gitterlinien eines Koordinatensystems vorzustellen, die als die Wege von Lichtstrahlen definiert sind: Im geschlossenen Universum mit positiver Krümmung gibt es keine Parallelen, d.h. zwei parallel abgeschickte Lichtstrahlen schneiden sich in weiter Ferne. Im offenen Universum mit negativer Krümmung dagegen laufen parallel abgeschickte Lichtsignale immer weiter auseinander. Den Grenzfall des *flachen Raumes* (euklidischen Raumes) mit  $\Omega_0 = 1$  und verschwindender Krümmung kann man sich als normalen dreidimensionalen Raum vorstellen, bei dem allerdings die drei Achsen mit dem Faktor  $\frac{R(t)}{R_0}$  laufend gestreckt werden.

Am 4. Oktober 1998 wurde in Washington eine große Konferenz zum Thema *Cosmology Solved? (Sind die Rätsel der Kosmologie gelöst?)* abgehalten. Einem ausgezeichneten Überblicksartikel zu diesem Thema von MICHAEL S. TURNER (siehe [?], [?]) zufolge gibt es viele Hinweise dafür, dass exakt  $\Omega_0 = 1$  gilt. In diesem Fall lautet die Lösung der Einstein-Friedmann-Gleichungen

$$\frac{R(t)}{R_0} = \left( \frac{3 H_0 t}{2} \right)^{\frac{2}{3}} = \left( \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (21)$$

und die Gesamtenergie des Universums (Summe aller Teilchenenergien plus Gravitationsenergie) ist exakt null. Die exakte Formel für die Rotverschiebung einer Galaxie in der Entfernung  $D$  lautet nach der allgemeinen Relativitätstheorie für  $\Omega_0 = 1$  (siehe [?, S. 485] oder [?, S. 359])

$$D = \frac{2c}{H_0} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) = 3ct_0 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) \quad (22)$$

Wegen (7) und (8) gilt das Hubble-Gesetz (1) auch allgemein relativistisch in der Form

$$\dot{D}(t_0) = H_0 \cdot D(t_0) \quad (23)$$

Damit lautet die richtige Form von (4) für  $\Omega_0 = 1$

$$v_r = \dot{D}(t_0) = 2c \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) \quad (24)$$

(4) ist deshalb nicht korrekt, weil der Beitrag der Ausdehnung des Weltalls zur Rotverschiebung nicht berücksichtigt wurde. Außerdem ist die Radialgeschwindigkeit  $\dot{D}(t_1)$  während des Aussendens viel kleiner als die Radialgeschwindigkeit  $\dot{D}(t_0)$  während des Empfangs. Bemerkenswert an (24) ist, dass  $v_r$  größer als  $c$  werden kann. Das ist aber kein Widerspruch zur speziellen Relativitätstheorie, weil es sich beim ausdehnenden Universum um kein Inertialsystem handelt. Wenn die Rotverschiebung  $z$  gegen Unendlich geht, wird die Photonenenergie null, d.h. die Strahlung ist nicht mehr wahrnehmbar. Die weiteste Entfernung, aus der wir Informationen erhalten können, ist demnach für  $\Omega_0 = 1$

$$d_H = \lim_{z \rightarrow \infty} D = \frac{2c}{H_0} = 3ct_0 \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ LJ} \quad (25)$$

Eine Kugelschale um den Beobachter mit dem Radius  $d_H$  nennt man den *Teilchenhorizont*. Im Fall des flachen, unendlich ausgedehnten Universums ist also  $d_H$  der Radius des sichtbaren Bereichs des Universums. Im flachen Universum ist zwar die Gesamtenergie null, aber wegen der nichtverschwindenden Dichte  $\rho_0 = \rho_{c,0}$  ist die gesamte Ruhmasse des Universums unendlich.

Für ein geschlossenes Universum ( $\Omega_0 > 1$ ) lautet die Lösung der Einstein-Friedmann-Gleichungen in Parameterform:

$$R = \frac{R_0 \Omega_0}{2(\Omega_0 - 1)} \cdot (1 - \cos \eta) \quad (26)$$

$$t = \frac{\Omega_0}{2 H_0 (\Omega_0 - 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot (\eta - \sin \eta) \quad (27)$$

Dabei gilt

$$R_0 = \frac{c}{H_0} \sqrt{\frac{1}{\Omega_0 - 1}} \quad (28)$$

Die durch die Parametergleichungen (26) und (27) beschriebene Funktion  $R(t)$  ist eine Zykloide (siehe Abb.1) mit

$$R_{\max} = R_0 \cdot \frac{\Omega_0}{\Omega_0 - 1} \quad \text{und} \quad t_{\max} = t(R_{\max}) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{R_{\max}}{c} \quad (29)$$

Das geschlossene Universum kollabiert zur Zeit

$$t_{\text{koll}} = 2 t_{\max} \quad (\eta_{\max} = 2\pi) \quad (30)$$

im *Schlussknall* (Big Crunch). Das heutige Weltalter im geschlossenen Universum ist

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \left( \frac{\Omega_0}{2(\Omega_0 - 1)^{\frac{3}{2}}} \arccos \left( \frac{2}{\Omega_0} - 1 \right) - \frac{1}{\Omega_0 - 1} \right) \quad (31)$$

Der Durchmesser des geschlossenen Universums ist

$$d(t) = 2\pi R(t) \quad (32)$$

In Abb.4 ist wieder das Flachländeruniversum dargestellt. B markiert den Standort des Beobachters und der Umfang eines Großkreises entspricht  $d(t)$ . Für den Teilchenhorizont im geschlossenen

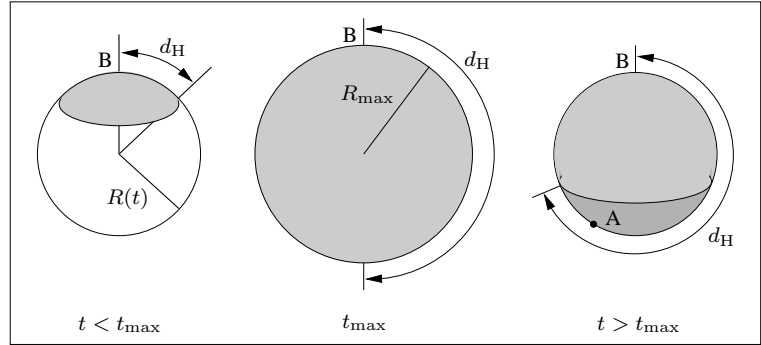


Abb.4 Teilchenhorizont im geschlossenen Universum

Universum gilt mit dem Parameter  $\eta$  aus (27)

$$d_H(t) = d(t) \cdot \frac{\eta}{2\pi} = R(t) \cdot \eta \quad (33)$$

In der Expansionsphase des Universums ( $t < t_{\max}$ ) sieht man nur einen Bruchteil des Alls, im Umkehrpunkt ( $t = t_{\max}$ ) sieht man das ganze Universum bis zu den „Antipoden“. In der Kontraktionsphase ( $t > t_{\max}$ ) sind Teile des Universums in entgegengesetzten Richtungen sichtbar, allerdings in verschiedenen Entwicklungszuständen. Man könnte meinen, dass der Beobachter im geschlossenen Universum Licht sieht, das von ihm selbst ausgegangen ist. Das ist aber nur möglich, wenn der Teilchenhorizont  $d_H$  größer oder gleich dem Durchmesser  $d(t)$  des Universums ist. Das ist wegen (33) nur für  $\eta = 2\pi$ , d.h. während des Schlussknalls möglich.

Licht, das mit der Rotverschiebung  $z$  empfangen wird, wurde im geschlossenen Universum zur Zeit

$$t_E = \frac{1}{H_0} \left( \frac{\Omega_0}{2(\Omega_0 - 1)^{\frac{3}{2}}} \arccos \left( \frac{2 - \Omega_0(1 - z)}{\Omega_0(1 + z)} \right) - \frac{\sqrt{1 + \Omega_0 z}}{(\Omega_0 - 1)(1 + z)} \right) \quad (34)$$

in der Entfernung

$$D(z) = \underbrace{\frac{c}{H_0 \sqrt{\Omega_0 - 1}}}_{R_0} \left( \arccos \left( \frac{2(\Omega_0 - 1)}{\Omega_0(1 + z)} - 1 \right) - \arccos \left( \frac{\Omega_0 - 2}{\Omega_0} \right) \right) \quad (35)$$

ausgesandt, d.h. wir blicken um so weiter in die Vergangenheit, je größer  $z$  ist. Licht mit  $z \rightarrow \infty$  (eigentlich nicht sichtbar, da  $\lambda \rightarrow \infty$ ) stammt vom Teilchenhorizont und wurde zur Zeit null, also während des Urknalls, ausgesandt.

Das Volumen des geschlossenen Universums ist

$$V(t) = 2\pi^2 R(t)^3 \quad (36)$$

Mit (26), (11) und (15) folgt für die Gesamtmasse des Alls

$$M = \Omega_0 \rho_{c,0} \cdot 2\pi^2 R(t_0)^3 = \frac{3\pi\Omega_0 c^3}{4\gamma H_0(\Omega_0 - 1)^{\frac{3}{2}}} \quad (37)$$

Tab.1 entnimmt man, dass das maximale Alter eines geschlossenen Universums für  $H_0 = 60 \frac{\text{km}}{\text{s}\cdot\text{Mpc}}$  bei  $t_0 \approx 11 \cdot 10^9 \text{ a}$  liegt, für  $H_0 = 75 \frac{\text{km}}{\text{s}\cdot\text{Mpc}}$  gilt  $t_0 \approx 8,7 \cdot 10^9 \text{ a}$ . Aus dem Alter von Kugelhaufen folgt für das Universum ein Alter zwischen  $9,6 \cdot 10^9 \text{ a}$  und  $15 \cdot 10^9 \text{ a}$  (siehe [?]), was mit dem kosmologischen Alter noch zusammenpasst. Genauere Messwerte werden hier in Zukunft Klarheit bringen. Sollte sich heraus-

$\Omega_0$	1,00	1,01	2,00
$t_0$	$10,87 \cdot 10^9 \text{ a}$	$10,76 \cdot 10^9 \text{ a}$	$9,31 \cdot 10^9 \text{ a}$
$t_{\text{max}}$	$\infty$	$2,59 \cdot 10^{14} \text{ a}$	$51,23 \cdot 10^9 \text{ a}$
$R_0$	nicht def.	$1,63 \cdot 10^{11} \text{ LJ}$	$1,63 \cdot 10^{10} \text{ LJ}$
$R_{\text{max}}$	$\infty$	$1,65 \cdot 10^{13} \text{ LJ}$	$3,26 \cdot 10^{10} \text{ LJ}$
$d(t_0)$	$\infty$	$1,02 \cdot 10^{12} \text{ LJ}$	$1,02 \cdot 10^{11} \text{ LJ}$
$d_{\text{max}}$	$\infty$	$1,03 \cdot 10^{14} \text{ LJ}$	$2,05 \cdot 10^{11} \text{ LJ}$
$d_{\text{H}}(t_0)$	$3,26 \cdot 10^{10} \text{ LJ}$	$3,25 \cdot 10^{10} \text{ LJ}$	$2,56 \cdot 10^{10} \text{ LJ}$
$M$	$\infty$	$4,94 \cdot 10^{56} \text{ kg}$	$9,79 \cdot 10^{53} \text{ kg}$

Tab.1 Daten möglicher Universen für  $H_0 = 60 \frac{\text{km}}{\text{s}\cdot\text{Mpc}}$

stellen, dass das heutige Weltalter größer als  $11 \cdot 10^9 \text{ a}$  ist, dann ist entweder das Universum offen oder unsere einfachen kosmologischen Modelle müssen modifiziert werden: Durch Einführung eines weiteren Terms in den Einstein-Friedmann-Gleichungen, der die sogenannte *kosmologische Konstante*  $\Lambda$  enthält (wir haben bisher der Einfachheit halber  $\Lambda = 0$  gesetzt) ergeben sich Weltmodelle, die auch bei  $\Omega_0 < 1$  geschlossene Universen mit größerem  $t_0$  ermöglichen. Genaueres siehe z.B. in [?], [?] und [?].

Die **Andromeda-Galaxie** (M31 oder NGC224) ist das unserer Milchstraße am nächsten stehende größere Sternsystem ( $\approx 1 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ ). Mit einigen kleineren Galaxien bilden die Milchstraße und M31 ein gravitativ gebundenes System, die **lokale Gruppe**. Aus den Umlaufgeschwindigkeiten der Zwerggalaxien um die beiden großen Sternsysteme können die Massen der Milchstraße und von M31 berechnet werden. Insgesamt gehören mehr als 25 kleinere Sternsysteme zur lokalen Gruppe. Der nächste größere Galaxienhaufen ist der rund 70 MLJ entfernte Virgohaufen, der ca.

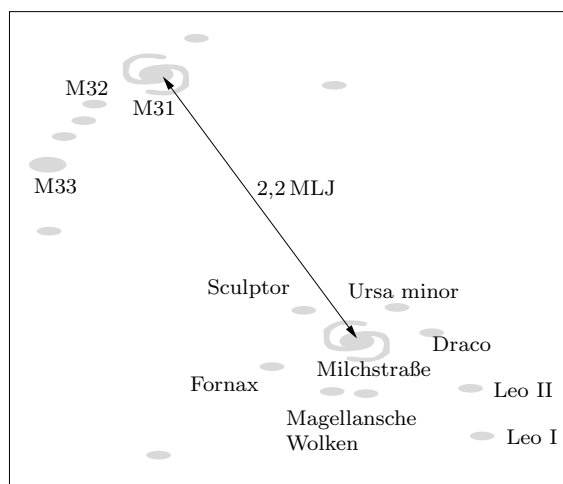


Abb.5 Schema der lokalen Gruppe

2500 Galaxien enthält. Die Galaxienhaufen in einem kugelförmigen Gebiet um den Virgohaufen mit einem Radius von ungefähr 80 MLJ bilden den Virgo-Superhaufen. Die Haufen und Superhaufen bilden eine netzartige Struktur, die von fast galaxienfreien Blasen durchsetzt ist. Damit sind wir bei den größten Strukturen des Universums angelangt.

Die Gesamtzahl der Galaxien im sichtbaren Universum, also innerhalb des Teilchenhorizonts, ist  $\approx 10^{11}$ , der Beitrag der hellen Sterne zur Masse des sichtbaren Universums ist dann  $\approx 10^{22} M_{\odot} \approx 10^{52} \text{ kg}$ , die Gesamtmasse des beobachtbaren Weltalls liegt bei ungefähr  $10^{54} \text{ kg}$ . Nach TURNER (siehe [?]) ist die Hauptmasse im Universum die Masse der virtuellen Teilchen (Vakuumschwankungen) mit ungefähr 60%. Die Reliktteilchen, Überbleibsel des Urknalls, die nur gravitativ mit der normalen Materie wechselwirken, machen weitere 35% aus. Da die Hauptmasse der „normalen Materie“ aus **Baryonen** besteht (siehe nächstes Kapitel), fasst man die uns vertraute Materie unter dem Sammelbe-

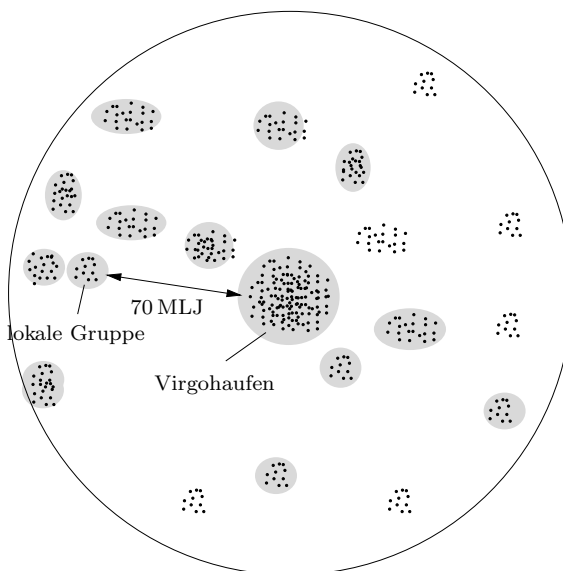


Abb.6 Der Virgo-Superhaufen

griff „baryonische Materie“ zusammen. Für den Dichteparameter gilt nach TURNER  $\Omega_0 = 1 \pm 0,2$ .

Materie 40 %			Vakuumentnergie 60 %
Baryonen 5 %		Reliktteilchen 35 %	
sichtbare Sterne 0,5 %	schwarze Löcher braune Zwerge 4,2 %	Neutrinos 0,3 %	
Dunkle Materie 99,5 %			

Tab.2 Massenverteilung im Universum

Die leuchtkräftigsten Objekte im Weltall sind die **Quasare** (Quasistellar Objects). Quasare erscheinen im Fernrohr als punktförmige Quellen wie Sterne, ihre absolute Leuchtkraft liegt im Bereich  $10^{12}L_{\odot} \dots 10^{15}L_{\odot}$ . Quasare werden nur mit großen Rotverschiebungen beobachtet, d.h. es sind Objekte des noch jungen Universums. Die gängigste Theorie der Quasare besagt, dass es sich dabei um riesige schwarze Löcher (bis zu  $10^{10}M_{\odot}$ ) in Zentrum junger Galaxien handelt. Die Energiequelle der Quasare ist die freiwerdende Gravitationsenergie der in das schwarze Loch fallenden Materie. Das Licht eines fernen Quasars muss durch viele Galaxienhaufen eilen, um uns zu erreichen. In den Absorptionslinien des Quasarlichts steckt somit Information über alle diese Galaxien und Protogalaxien (viele Lyman- $\alpha$ -Linien mit verschiedenen Rotverschiebungen, *Lyman-Wald*, siehe [?]). Große Massenansammlungen (Galaxienhaufen) lenken das vorbeigehende Licht etwas ab, wobei ein Linseneffekt entsteht (**Gravitationslinsen**). So können mehrerer Einzelbilder eines Quasars oder im Idealfall ein Quasar als Ring (**Einstein-Ring**) beobachtet werden. Die Lyman-Wälder der Bilder eines Quasars können etwas verschieden sein, woraus man auf die Ausdehnung der durchstrahlten Galaxien und Wasserstoffwolken schließen kann. Die Fülle von bekannten „Elementarteilchen“ versuchte man in den Sechzigerjahren durch folgende Klassifikation in den Griff zu bekommen:

	Von der starken WW beeinflusst ( <b>Hadronen</b> )	Nicht von der starken WW beeinflusst
<b>Fermionen</b> (halbzahliger Spin)	<b>Baryonen</b> ( $p, n, \Lambda, \Sigma, \dots$ )	<b>Leptonen</b> ( $e^-, \mu^-, \tau^-, \nu, \dots$ )
<b>Bosonen</b> (ganzzahliger Spin)	<b>Mesonen</b> ( $\pi, K, \mu, \dots$ )	Photon, Graviton $W^+, W^-, Z^0$

Tab.3 Klassifikation der Elementarteilchen

Die meisten dieser Teilchen sind aber nicht wirklich elementar, sondern aus anderen Teilchen zusammengesetzt. Nach heutiger Sicht gibt es zwei elementare Teilchenfamilien, die **Quarks** und die **Leptonen** und zusätzlich noch die **Austauschteilchen** der Wechselwirkungen zwischen diesen Teilchen. Die Eigenschaften dieser Teilchen des **Standardmodells der Elementarteilchen** findet man in den Tabellen Tab.4 und Tab.6, die dem ausgezeichneten Buch von YUVAL NE'EMAN und YORAM KIRSH entnommen sind (siehe [?]).

	elektrische Ladung in $e$	Generation		
		1	2	3
<b>Quarks</b>	$\frac{2}{3}$	u Up $W_0 = 5 \text{ Mev}$	c Charm $W_0 = 1500 \text{ Mev}$	t Top $W_0 = 174000 \text{ Mev}$
	$-\frac{1}{3}$	d Down $W_0 = 10 \text{ Mev}$	s Strange $W_0 = 200 \text{ Mev}$	b Bottom $W_0 = 4700 \text{ Mev}$
<b>Leptonen</b>	0	$\nu_e$ Elektronneutrino $W_0 \approx 0$	$\nu_{\mu}$ Myonneutrino $W_0 \approx 0$	$\nu_{\tau}$ Taufeutrino $W_0 \approx 0$
	-1	$e^-$ Elektron $W_0 = 0,511 \text{ Mev}$	$\mu^-$ Myon $W_0 = 105 \text{ Mev}$	$\tau^-$ Tauon $W_0 = 1777 \text{ Mev}$

Tab.4 Die Elementarteilchen des Standardmodells. Zu jedem der aufgeführten Teilchen gibt es noch das Antiteilchen mit entgegengesetzter Ladung. Zudem erscheint jedes Quark in drei verschiedenen „Farben“.



Nach dem Standardmodell bestehen die Baryonen aus drei Quarks, die Anitbaryonen aus drei Antiquarks und Mesonen aus einem Quark-Antiquark-Paar (siehe Tab.5).

Baryonen		Mesonen	
Teilchen	Antiteilchen	Teilchen	Antiteilchen
$p = uud$	$\bar{p} = \bar{u}\bar{u}\bar{d}$	$\pi^+ = u\bar{d}$	$\pi^- = d\bar{u}$
$n = udd$	$\bar{n} = \bar{u}\bar{d}\bar{d}$	$\pi^0 = u\bar{u}$	$\pi^0 = u\bar{u} = \pi^0$
$\Lambda^0 = uds$	$\bar{\Lambda}^0 = \bar{u}\bar{d}\bar{s}$	$B^0 = b\bar{d}$	$\bar{B}^0 = d\bar{b}$
$\Omega^- = sss$	$\bar{\Omega}^+ = \bar{s}\bar{s}\bar{s}$	$B^+ = u\bar{b}$	$B^- = b\bar{u}$

Tab.5 Beispiele für den Aufbau von Teilchen aus Quarks

Wechselwirkung	Eigenschaften der Austauscheteilchen				
	Teilchen	$W_0$	Ladung	Spin	Lebensdauer
<b>stark</b>	8 Gluonen	0	0	1	stabil
<b>elektromagnetisch</b>	Photon	0	0	1	stabil
<b>schwach</b>	$W^+, W^-$	80 GeV	+1, -1	1	$1,5 \cdot 10^{-25}$ s
	$Z^0$	91 GeV	0	1	$1,3 \cdot 10^{-25}$ s
<b>Gravitation</b>	Graviton	0	0	2	stabil

Tab.6 Die Austauscheteilchen der fundamentalen Wechselwirkungen

Der grundlegende physikalische Formalismus zur Beschreibung der Teilchen ist die **Quantenfeldtheorie** (QFT), eine speziell-relativistische Verallgemeinerung der Quantenmechanik. In der klassischen Physik entsprechen der QFT die Newton'schen Gesetze. Wie die Newton'sche Gravitationstheorie eine spezielle Wechselwirkung im Rahmen der Newton'schen Mechanik beschreibt, gibt es Beschreibungen der fundamentalen Wechselwirkungen im Rahmen der QFT:

Wechselwirkung	Theorie			
elektrisch	<b>QED:</b> Quantenelektrodynamik	Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung	<b>GUT</b>	<b>TOE</b>
schwach				
stark	<b>QCD:</b> Quantenchromodynamik			
Gravitation	Quantengravitation			

Tab.7 Die Theorien der fundamentalen Wechselwirkungen

Das Kapitel **Quantengravitation** ist im Rahmen der QFT leider noch nicht geschrieben. Die bisher beste Beschreibung der Gravitation liefert Einsteins allgemeine Relativitätstheorie. Ein guter Kandidat für die Quantengravitation und eine Vereinheitlichung aller vier Wechselwirkungen (**TOE: Theory Of Everything**) ist die Theorie der **Superstrings**, die Teilchen als schwingende Saiten in mehrdimensionalen Räumen behandelt. Eine weitere Theorie, an der fieberhaft gearbeitet wird, ist die Vereinheitlichung der elektroschwachen und der starken Kraft (**GUT: Grand Unified Theory**).

## 1.2 Hintergrundstrahlung

Die wichtigsten Daten der Geschichte unseres Universums findet man in Tabelle 8.

Die wichtigsten experimentellen Bestätigungen der Urknallhypothese sind:

- Die Rotverschiebung des Lichtes ferner Galaxien.
- Das 3:1-Verhältnis von Wasserstoff zu Helium im Universum (siehe Tab. 8). Eine genaue Beschreibung der Nukleosynthese findet sich in [?].

- Die **kosmische Hintergrundstrahlung** (CBR, **C**osmic **B**ackground **R**adiation), die 1964 von ROBERT WILSON und ARNO PENZIAS (Nobelpreis 1978) entdeckt wurde und ein Relikt des Urknalls ist (siehe Tab. 8).

Die Hintergrundstrahlung besteht aus energiearmen Photonen, deren Energieverteilung die Gleichung ist wie die der Wärmestrahlung eines schwarzen Körpers mit der Temperatur  $T = 2,735 \text{ K}$ . 1989 wurde das Spektrum und die Richtungsabhängigkeit der Hintergrundstrahlung mit dem COBE-Satelliten (**C**Osmic-**B**ackground-**E**xplorer) genau vermessen. Die Hintergrundstrahlung zeigt ein Abbild des Universums zur Zeit des Entkoppelns von Strahlung und Materie. Bei einer Temperatur von  $\approx 3500 \text{ K}$  sind noch ungefähr 10% der H-Atome ionisiert. Das Alter des Universums mit der Temperatur 3500 K sei  $T_E$ . Die für alle kosmologischen Modelle gültige Rotverschiebungsformel lautet (die Wellen dehnen sich wie das Universum)

$$\frac{R(t_0)}{R(t_E)} = \frac{\lambda_0}{\lambda_E} = \frac{\lambda_0 - \lambda_E}{\lambda_E} + 1 = z + 1 \quad (38)$$

Der Einfachheit halber rechnen wir mit  $\Omega_0 = 1$ , d.h. aus (21) folgt

$$\frac{R(t_0)}{R(t_E)} = \left( \frac{t_0}{t_E} \right)^{\frac{2}{3}} = 1 + z \quad (39)$$

Aus dem Wien'schen Verschiebungsgesetz folgt, wenn  $\lambda_0$  und  $\lambda_E$  die Wellenlängen maximaler Intensität sind und  $T$  Temperaturen bezeichnet

$$\frac{T_E}{T_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda_E} = 1 + z = \left( \frac{t_0}{t_E} \right)^{\frac{2}{3}} = \left( \frac{2}{3 H_0 t_E} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (40)$$

Mit  $T_E = 3500 \text{ K}$  und  $T_0 = 2,735 \text{ K}$  folgt dann  $t_E \approx 7 \cdot 10^{12} \text{ s} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ a}$  und  $z \approx 1300$ .

Die COBE-Daten zeigen, dass die Hintergrundstrahlung ungeheuer isotrop ist, aber es wurden auch kleine Schwankungen (die sogenannten „Ripples“) um den Faktor  $\approx 10^{-7}$  entdeckt. Daraus folgt, dass es im frühen Universum kleine Dichteschwankungen gab, ohne die es nicht zur Bildung von Galaxien und Sternen gekommen wäre. Wären diese Ripples nicht gefunden worden, müsste man die Urknallhypothese verwerfen (siehe [?], [?]).

Die Isotropie der Hintergrundstrahlung gilt nicht im Bezugssystem der Erde, da sich die Erde um die Sonne und die Sonne um das galaktische Zentrum bewegt und auch die Milchstraße eine Pekuliarbewegung ausführt. Aus der Anisotropie der Hintergrundstrahlung kann mit der Dopplerformel die Geschwindigkeit der Erde relativ zum Kosmos berechnet werden. Im Universum gibt es also ein ausgezeichnetes Bezugssystem, in dem die Hintergrundstrahlung isotrop ist.

Der Entstehungsort der momentan empfangenen Hintergrundstrahlung liegt etwas innerhalb des Teilchenhorizonts. Nach (22) und (25) gilt für die Entfernung dieser Entstehungsorte vom Beobachter

$$D = \frac{2c}{H_0} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) = d_H \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1300}} \right) = 0,97 d_H \quad (41)$$

Zwei gegenüberliegende Ausstrahlungsorte A und B haben dann die Entfernung  $\overline{AB} = 1,94 d_H$  und sind somit kausal nicht voneinander abhängig, da z.B. A außerhalb des Teilchenhorizonts von B liegt. Dass trotzdem eine so hohe Isotropie der Hintergrundstrahlung vorliegt, kann nur durch die Theorie der **Inflation** (ALAN GUTH, 1980) erklärt werden (siehe [?]). Nach dieser Theorie wuchs das Universum in der Zeit von  $10^{-34} \text{ s}$  bis  $10^{-32} \text{ s}$  exponentiell um ungefähr den Faktor  $10^{50}$ !! Angetrieben wurde die Inflation durch das von den GUT's vorhergesagte **Higgs-Feld**, das einer enormen Vakuumenergie entspricht. Durch die Inflation wurden alle vorhandenen Unebenheiten (Dichteschwankungen) geglättet und daher haben auch kausal unzusammenhängende

Gebiete des Universums die fast gleiche Temperatur.

Noch eine Bemerkung zur dunklen Materie, die ja maßgeblich an der Galaxienbildung beteiligt war. Neuere Untersuchungen haben ergeben, dass nur kalte dunkle Materie (CDM, **C**old **D**ark **M**atter) in der erforderlichen Zeit die Entstehung von Galaxien bewirkt haben kann, da heiße dunkle Materie (relativistische Teilchen, Neutrinos) wegen der großen Geschwindigkeit der Teilchen nicht so schnell in Klumpen zerfallen wäre. Mit heißer dunkler Materie würden sich zuerst die Superhaufen, dann die Haufen und schließlich die Galaxien formieren, mit kalter dunkler Materie ist es genau umgekehrt. Die neuesten Beobachtungen zeigen aber, dass sich Galaxien bei Rotverschiebungen von  $z = 2$  bis  $z = 4$ , Haufen bei Rotverschiebungen von  $z = 0$  bis  $z = 1$  und Superhaufen sich erst heute richtig bilden. Die Beobachtungen sprechen also eindeutig für die kalte dunkle Materie.

Zeit (in s)	Temperatur (in K)	Ereignis
0		<b>Urknall</b> , Ära der Quantengravitation (TOE) Alle vier Wechselwirkungen sind identisch.
$1 \cdot 10^{-43}$	$1 \cdot 10^{32}$	Gültigkeitsgrenze der allgemeinen Relativitätstheorie. Ära der GUT's, die starke und die elektroschwache Kraft sind identisch, aber verschieden von der Gravitation.
$1 \cdot 10^{-35}$	$1 \cdot 10^{28}$	Spontane Symmetriebrechung der GUT's, elektroschwache und starke WW sind jetzt verschieden.
$1 \cdot 10^{-34}$	$1 \cdot 10^{27}$	Start der inflationären Phase (schnelle Ausdehnung)
$1 \cdot 10^{-32}$	$1 \cdot 10^{27}$	Ende der inflationären Phase
$1 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{15}$	Spontane Symmetriebrechung der elektroschwachen Kraft, elektromagnetische und schwache WW sind jetzt verschieden, das Universum ist eine Suppe aus Quarks, Leptonen und den Austauscheteilchen (Gluonen, $W^\pm$ , $Z^0$ , Photonen).
$2 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{13}$	Tauon-Antitauon-Zerstrahlung ( $\frac{3}{2} kT < m_\tau$ )
$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{12}$	Quarks vereinigen sich zu Mesonen und Baryonen
$7 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{12}$	Myon-Antimyon-Zerstrahlung ( $\frac{3}{2} kT < m_\mu$ )
$1 \cdot 10^1$	$5 \cdot 10^9$	Elektron-Positron-Zerstrahlung ( $\frac{3}{2} kT < m_e$ )
$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^9$	Typische Photonenenergien fallen unter die Bindungsenergie des Deuterons: Beginn der Nukleosynthese (D und $^4\text{He}$ ).
$1 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^8$	Teilchen können die Coulombbarrieren nicht mehr überwinden: Ende der Nukleosynthese. Das Universum besteht im Wesentlichen aus Neutrinos, Photonen, freien Protonen und Elektronen und $^4\text{He}$ -Kernen, wobei auf 12 freie Protonen ungefähr ein $^4\text{He}$ -Kern trifft. 25 % der Materie bestehen aus Helium, der Rest aus Wasserstoff. Starke Wechselwirkungen der Photonen mit den freien Elektronen ( <b>Strahlungsära</b> ).
$7 \cdot 10^{12}$	3500	Elektronen und Protonen rekombinieren zu H-Atomen, die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie wird viel unwahrscheinlicher (die Photonenenergien sinken unter die Ionisierungsenergie des Wasserstoffs), das Universum wird „durchsichtig“ (Entkopplung von Strahlung und Materie). Die Wellenlänge der Photonen wird im gleichen Maße größer, wie sich das Universum ausdehnt, d.h. ihre Energie wird immer kleiner. Diese Photonen schwirren heute noch durch das Universum und bilden die kosmische Hintergrundstrahlung, die einen der wichtigsten experimentellen Eckpfeiler für die Urknallhypothese bildet.
$2 \cdot 10^{16}$	20	Start der Galaxienbildung
$2 \cdot 10^{17}$	3,7	Bildung unseres Sonnensystems
$3 \cdot 10^{17}$	2,735	heute

Tab.8 Kurze Geschichte des Universums

## 2 Spekulationen

### 2.1 Konsequenzen eines unendlichen Universums

Ein Satz der Quantenmechanik:

In einem endlichen Volumen gibt es nur endlich viele verschiedene Quantenzustände.

Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Raumgebiet mit dem Volumen  $V$  des sichtbaren Universums genau in dem Quantenzustand unseres sichtbaren Universums zu einem bestimmten Zeitpunkt befindet, ist extrem klein, aber größer als null. Da ein räumlich unendliches Universum unendlich viele Raumgebiete mit dem Volumen  $V$  enthält, gibt es zu jedem Zeitpunkt unendlich viele Raumgebiete, in denen haargenau das gleiche abläuft wie in unserem Teil des Universums.

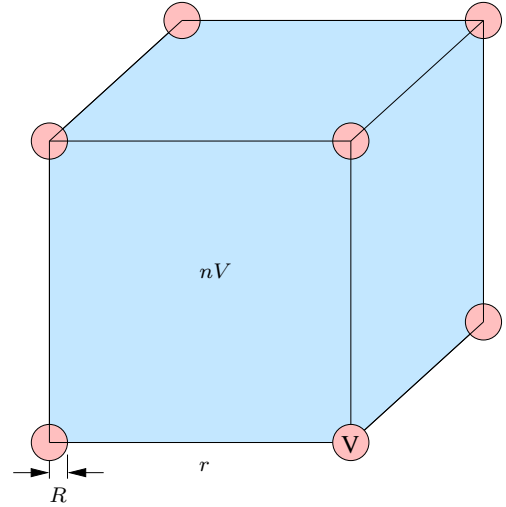


Abb.7 Gleiche Bereiche

$n$  sei die Zahl der möglichen Quantenzustände in  $V$  und wir nehmen an, dass alle diese Zustände gleich wahrscheinlich sind. Dann wird im Durchschnitt in jedem Volumen  $nV$  des Universums einmal ein unserem beobachtbaren Universum gleiches Raumgebiet enthalten sein. Abb.7 entnimmt man für die mittlere Entfernung dieser Raumgebiete

$$r = \sqrt[3]{nV} = R \cdot \sqrt[3]{\frac{4\pi n}{3}} \approx R \cdot \sqrt[3]{n} \quad (42)$$

Die (leider noch spekulativen) Theorien der Quantengravitation gehen davon aus, dass die kleinste sinnvolle Länge in der Physik die Plancklänge

$$l_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = 4,05 \cdot 10^{-35} \text{ m} \quad (43)$$

ist. Das kleinste Volumen ist dann das Planckvolumen

$$V_p = l_p^3 = 6,65 \cdot 10^{-104} \text{ m}^3 \quad (44)$$

Das Volumen

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = 3,45 \cdot 10^{80} \text{ m}^3 \quad (45)$$

des sichtbaren Universums enthält

$$n_p = \frac{V}{V_p} = 5,2 \cdot 10^{183} \quad (46)$$

Planckvolumina. Den absolut größten Wert für  $n$  erhält man, wenn man annimmt, dass jedes Planckvolumen  $V_p$  von  $V$  einen von zwei Zuständen annehmen kann:

$$n = 2^{n_p} = 10^{n_p \lg 2} = 10^{1,56 \cdot 10^{183}} \quad (47)$$

Für die mittlere Entfernung gleicher Raumgebiete von der Größe unseres sichtbaren Universums erhält man damit

$$r = R \cdot \sqrt[3]{n} = 10^{5 \cdot 10^{182}} R \quad (48)$$

Der in (48) angegebene Wert ist eine absolute Obergrenze für  $r$ . Realistischere Abschätzungen ergeben

$$r \approx 10^{10^{120}} R \quad (49)$$

Dieser Wert ist aber immer noch so unvorstellbar groß, dass es gleichgültig ist, ob man  $r$  in der Einheit  $R$ , LJ, m oder sogar nur in Plancklängen angibt:

$$r \approx 10^{10^{120}} R = 10^{10^{120}} \cdot 10^{61} l_p = 10^{10^{120}+61} l_p = 10^{10^{120}} l_p \quad (50)$$

denn

$$\begin{aligned} 10^{120} + 61 &= 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \\ &\quad 000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \\ &\quad 000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \\ &\quad 000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,061 \approx 10^{120} \end{aligned}$$